

VELOCIDAD CRÍTICA DE LA FLUIDIZACIÓN DE MATERIALES POLIDISPERSOS

M. BOIZÁN JÚSTIZ, M. ALONSO INFANTE, N. MINH
HUANG Y LE VAN HUNG

Dpto. de Ing. Química, Universidad de Oriente, Stgo. de Cuba.

Recibido: 3 de julio de 1976.

ABSTRACT. In this work, an experimental study about the critical fluidizing velocities of a polydisperse material (sand) is made. The critical fluidizing velocity is determined from the experimentally found dependence of the pressure drop on the superficial velocity of the fluid (air). From experiments with the polydisperse material were derived the relations $Re_{cr} = 0,002063 Ar^{0,735}$, $Re_{cr} = 0,00167 Ar^{0,783}$ and $Re_{cr} = 0,00148 Ar^{0,8812}$, where the diameter of particles in the

polydisperse mixture are determined by the relation $d = \sum_{i=1}^{i=m} X_{mi} d_i$. The particles characteristic dimensions were, respectively defined as:

$$d_i = (d_i^o + d_{i+1}^o)/2; \quad d_i = (d_i^o \cdot d_{i+1}^o)^{0,5} \quad \text{and} \quad d_i = \varphi_d(d_i^o + d_{i+1}^o)/2.$$

By comparison with the spherical particles relation it was found that $Re_{cr} = 0,00148 Ar^{0,8812}$ was the better.

RESUMEN. En este trabajo se llevó a cabo un estudio experimental sobre la velocidad crítica de la fluidización de un material polidisperso (arena) integrado por fracciones monodispersas que se combinaban entre sí para formar las mezclas polidispersas deseadas, a las cuales se les determinaba luego la velocidad mínima de fluidización. El punto de fluidización se hallaba con un gráfico de las caídas de presión de la cama contra la velocidad del gas, construido con los puntos experimentales. Se hallaron las correlaciones $Re_{cr} = 0,00206 Ar^{0,735}$, $Re_{cr} = 0,00167 Ar^{0,783}$, $Re_{cr} = 0,00148 Ar^{0,8812}$, en las cuales el diámetro equivalente de la

mezcla se determinaba con la expresión $d = \sum_{i=1}^{i=m} X_{mi} d_i$ y la dimensión característica d_i por las expresiones:

$$d_i = (d_i^o + d_{i+1}^o)/2; \quad d_i = (d_i^o \cdot d_{i+1}^o)^{0,5} \quad \text{y} \quad d_i = \varphi_d(d_i^o + d_{i+1}^o)/2.$$

respectivamente, y comparando cada una de ellas con la de las mezclas monodispersas de partículas esféricas se comprobó que la correlación $Re_{cr} = 0,00148 Ar^{0,8812}$ daba mejores resultados.

INTRODUCCIÓN

A través de una gran cantidad de trabajos experimentales y teóricos se han obtenido numerosas correlaciones para calcular la velocidad mínima de fluidización, pero en la inmensa mayoría de los casos los autores han estudiado partículas sólidas de forma esférica y monodispersas (de tamaño y densidad únicos). Sin embargo, en la práctica industrial, los materiales granulares utilizados son de forma no esférica y polidispersos. Generalmente, se recomienda para el cálculo de la velocidad mínima, en estos casos, la aplicación de ecuaciones exactas para materiales monodispersos, esféricos, utilizando el diámetro equivalente de los materiales, que caracteriza su forma y granulometría.

Es uno de nuestros propósitos determinar la expresión del diámetro equivalente de partículas no esféricas y comprobar la recomendación anterior.

Como han sido escasísimos los trabajos dedicados al estudio de la velocidad crítica de mezclas polidispersas, se propuso encontrar ecuaciones de uso práctico. Así también, como se comprobó que la fluidización de camas de bagacillo, turba, cristales de azúcar, protóxido de níquel y ciertos fertilizantes se realiza en malas condiciones, se pretende mejorar la misma mezclándolos con arena, silicagel u otro elemento inerte conveniente en diferentes proporciones.

Tanto los resultados a conseguir para los cristales de azúcar como las investigaciones con los otros materiales se hacen para introducir nuevas técnicas, sobre todo con respecto al secado, diseño de reactores químicos y otras aplicaciones industriales de interés para la economía nacional.

Estudio bibliográfico.

Este trabajo se inició con una investigación bibliográfica sobre el tema Velocidad Crítica de Fluidización, prestando especial interés el caso de la fluidización de materiales polidispersos.

Así, se revisaron publicaciones especializadas publicadas entre 1950 y 1973 inclusive y también, se consultaron varias monografías dedicadas o relacionadas con este asunto¹⁻⁸. Parte de la información procesada será reportada en este punto y el resto aparecerá en otras publicaciones de los autores. Como se podrá apreciar más adelante, en la literatura se reportan numerosos estudios dirigidos a la obtención de correlaciones para calcular la velocidad crítica de fluidización de materiales monodispersos. No obstante, se dedicará nuestra atención sólo a los trabajos de

Neuzil⁹ que fueron motivo de estudio de los trabajos de grado de Cora¹⁰ y de Nguyen minh Huang y Le van Hung.¹¹

Cálculo de la velocidad crítica o mínima de fluidización.

En la literatura aparecen muchas expresiones útiles para el cálculo de la velocidad crítica,^{1,3-9,12} en las cuales al determinarse las fórmulas de cálculo se siguen dos puntos de vista:

1. Se supone como momento inicial de la fluidización el estado límite de la cama fluidizada en el cual las partículas ya "brotan", tomando como parámetro fundamental a la velocidad de arrastre de cada partícula por separado.
2. La velocidad crítica de fluidización se define a partir de la ecuación que describe la caída de presión de una cama fija, como la velocidad de fluido a la cual la resistencia de la cama es igual a su carga específica.

El primer punto de vista se refleja en los trabajos de Fedorov,¹³ Zabrodski,¹⁴ Beranek¹⁵ y en otros. La velocidad de arrastre de las partículas (u_{arr}) se determina con la ecuación de equilibrio de las fuerzas que actúan sobre una partícula sólida suspendida en una corriente gaseosa:

$$mg - A = R \quad (1)$$

donde: mg , peso de las partículas; A , fuerza de Arquímedes; R , fuerza que ejerce el medio.

Para las partículas esféricas la velocidad de arrastre u_{arr} se halla con la relación:

$$u_{arr} = \pi d/6 \cdot g(\rho_m - \rho_g)^{0,5} / \psi \rho_g \quad (2)$$

donde: ψ , coeficiente de fricción; d , diámetro de las partículas; ρ_m , ρ_g densidad del material y del gas.

Como $\psi = f(Re)$ es evidente que la velocidad de arrastre puede hallarse con (2), sólo por un método de aproximaciones sucesivas.

A partir de un análisis dimensional y estableciendo que la velocidad necesaria para que una cama de un material granular pase al estado fluidizado depende de las dimensiones y de la cama de las partículas y también de la viscosidad y densidad del gas, Federov,¹³ obtuvo la expresión que se da más abajo con la que se puede calcular la velocidad del gas óptima para garantizar un intenso mezclado de la cama, para el intervalo $40 \leq Fe \leq Fe^{1,56}$

$$Re_{opt} = 0,19 Fe^{1,56} \quad (3)$$

donde: Re y Fe son los criterios de Reynolds y de Fedorov.

Con la ecuación (3) se puede calcular la velocidad del gas que asegura un intenso mezclado de la cama, pero no la velocidad crítica. Si se supone que la velocidad de fluidización óptima es dos veces la crítica,³ entonces la ecuación de Fedorov para el inicio de la fluidización será:

$$Re_{cr} = 0,095 Fe^{1,56} \quad (4)$$

Otros investigadores¹⁴⁻¹⁸ proponen que se determine la relación u_{cr}/u_{arr} . Así Romankov⁶ llegó a la correlación:

$$\frac{u_{cr}}{u_{arr}} = 0,117 - \frac{0,01046}{1 + 0,00373 Ar^{0,6}} \quad (5)$$

donde: Ar, criterio de Arquímedes.

En la Fig. 1 se ofrecen los valores de u_{cr}/u_{arr} en función de Ar, calculados con la ecuación (5). Se puede observar en ese gráfico como coinciden bastante bien los resultados experimentales con los calculados.

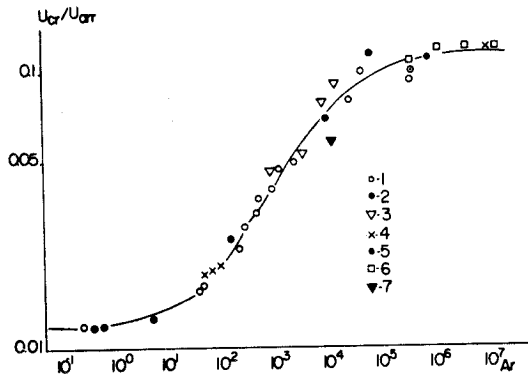


Fig. 1. Valores de u_{cr}/u_{arr} en función de Ar según:

- 1—Beranek y Sokol; 2—Pinchbek; 3—Erkvoi y Smirnova; 4—Rove;
5—Smirnova; 6—Boresková; 7—Guinzburg y Rezehiwov

El segundo punto de vista se caracteriza porque en la determinación de la velocidad crítica se grafican las ecuaciones conocidas que describen la caída de pre-

sión que experimenta un gas cuando se hace pasar a través de una cama estacionaria de sólidos granulares.

$$\Delta P_c = \lambda \cdot \frac{h}{d_c} \cdot \frac{u_{cn}^2 Q_g}{2} \quad (6)$$

donde: ΔP_c , caída de presión del gas que atraviesa la cama; h , altura de la cama; λ , coeficiente de fricción, función del número de Reynolds; d_c , diámetro del canal; u_{cn} , velocidad del gas en los canales interpartículas.

Expresando el diámetro de los canales d_c en función del diámetro equivalente de las partículas d y del factor de forma φ_d , la velocidad en los canales u_c en función de la velocidad del gas referida a toda la sección de la columna u y sustituyendo en función del criterio de Re, Akopyan y Kasatkin obtuvieron la siguiente expresión de la caída de presión en la cama:

$$\Delta P_c = \lambda \frac{h}{d} \cdot \frac{u^2 Q_g}{2} \cdot \frac{1 - \varepsilon_{pr}}{\varepsilon_{pr}} \cdot \varphi_d \quad (7)$$

donde: h , altura de la cama; ε_{pr} , porosidad promedio en el momento de inicio de la fluidización.

Si se iguala la resistencia de la cama (ΔP_c) con el peso de ella referido a la unidad de área de la superficie de la parrilla, se obtiene la ecuación siguiente, útil para determinar la velocidad de fluidización crítica:

$$Re_{cr} = 0,009 \psi_{cr} A_r \quad (8)$$

para el régimen laminar a $Re_{cr} < 35$,

$$Re_{cr} = 0,367 (\psi_{cr} A_r)^{0,57} \quad (9)$$

para el régimen turbulento a $70 \leq Re_{cr} \leq 70000$

donde

$$\psi_{cr} = \frac{\varepsilon_{pr}^2}{\psi_f (1 - \varepsilon_{pr})} \quad (10)$$

Todos aplicando la ecuación de Ergun¹⁹ llegó a la ecuación,

$$Re_{cr} = \frac{Ar}{150 \left(\frac{1 - \varepsilon_{pr}}{\varepsilon_{pr}^3} \right) + \left(\frac{175}{\varepsilon_{pr}^3} \cdot Ar \right)^{0,5}} \quad (11)$$

y para determinar la velocidad del gas que asegura una expansión dada en la cama, se propone:

$$Re = \frac{Ar \cdot \varepsilon^{4,75}}{18 + 0,6(Ar \cdot \varepsilon^{4,75})^{0,5}} \quad (12)$$

donde: ε , porosidad de la cama fluidizada.

Cuando $\varepsilon = 1$, que corresponde, prácticamente, a una partícula única o para una concentración muy pequeña de las partículas en la corriente, la ecuación (12) adopta la forma siguiente:

$$Re = \frac{Ar}{18 + 0,6 Ar^{0,5}} \quad (13)$$

Esta se recomienda para el cálculo de la velocidad de arrastre de partículas esféricas de la cámara de fluidización.

Para las partículas de forma irregular en el número de Reynolds debe introducirse el factor de forma:

$$\varphi_d = (0.207 S \cdot V^{-0,66})^{0,5} \quad (14)$$

donde: V , volumen; S , superficie de las partículas.

Entre otros trabajos dedicados al estudio de la velocidad crítica deben destacarse los de Leva²⁰ y Neuzil,⁹ que junto con los otros autores fueron generalizados en la monografía de Romankov y Rashkovskaya.⁶

Antecedentes en Cuba.

Entre los trabajos realizados en Cuba sobre este tema conocemos solamente el trabajo de Grado de Cora¹⁰ en el cual se analizaron, en particular, los estudios de Neuzil⁹ y se proyectó e inició el montaje del panel de fluidización (Fig. 2) utilizado en la parte experimental de este trabajo.

En el trabajo de Neuzil⁹ aparece la expresión teórica de la caída de presión en la cama fluidizada que se determina igualando las fuerzas que se ejercen entre las partículas sólidas y el fluido. Esta expresión es la siguiente:

$$\Delta P_t = h (1 - \varepsilon)(\rho_s - \rho_f)g \quad (15)$$

donde: h , altura de la cama; ε , porosidad de la cama; ρ_s , densidad del sólido ρ_f , partículas del fluido; g , aceleración de la gravedad,

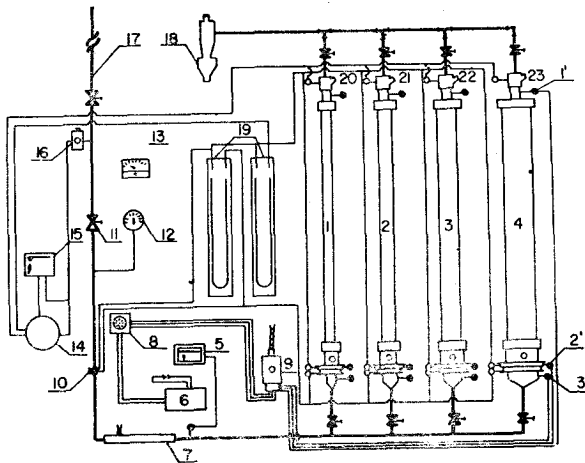


Fig. 2. Esquema simplificado de la instalación experimental:

1,2,3,4—columnas de fluidización; 1', 2', 3'—termopares portátiles; 5—controlador; 6—potenciómetro; 7—calentador; 8—selector de temperaturas; 9—junta de referencia; 10—orificio; 11—válvula de aguja; 12—manómetros; 13—registrador; 14—transistor; 15—registrador; 16—reductor; 17—válvula reguladora; 18—ciclón; 19—manómetros; 20, 21, 22, 23—entrada del material.

En la cama fluidizada la caída de presión casi no depende de la velocidad del fluido y es, aproximadamente, igual al valor teórico ΔP_t . Sin embargo, en la cama fija la caída de presión a través de ella sí depende mucho de la velocidad, al no variar la distancia entre las partículas.

Neuzil⁹ aclara que para sistemas polidispersos pueden obtenerse similares gráficas de la caída de presión a través de la cama contra la velocidad del fluido, a las que se obtienen en los sistemas monodispersos mientras no ocurra una separación entre las partículas al paso del fluido por la cama.

En el trabajo de Cora¹⁰ se presentan las ecuaciones generales siguientes, usadas para correlacionar la velocidad crítica de la fluidización.

$$Re_{cr} = f(Ar, \varepsilon) \quad (16)$$

$$Re_{cr} = f(Fe, \varepsilon) \quad (17)$$

$$u_{cr}/u_0 = f(Ar, \varepsilon) \quad (18)$$

$$u_{cr}/u_0 = f(Ly_0, \varepsilon) \quad (19)$$

$$Ly_{cr} = f(Ar, \varepsilon) \quad (20)$$

donde: Re_{cr} , criterio de Reynolds evaluado para la velocidad crítica de fluidización; Ar , criterio de Arquímedes; Fe , criterio de Fedorov; Ly_{cr} , Ly_0 , criterio de Liashenko para la velocidad crítica de fluidización y de caída libre de las partículas; u_0 , velocidad de caída libre de una partícula aislada en un medio viscoso sin interferencia.

Sus módulos se definen como sigue:

$$Re_{cr} = \frac{u_{cr} \cdot d \cdot \rho_f}{\mu} \quad (21)$$

$$Ar = \frac{g \cdot d^3 \rho_f (\rho_s - \rho_f)}{\mu^2} \quad (22)$$

$$Fe = (4/3 Ar)^{0,33} \quad (23)$$

$$Ly_{cr} = \frac{u_{cr}^3 \rho_f^2}{g\mu(\rho_s - \rho_f)} \quad (24)$$

$$Ly_0 = \frac{u_0 \rho_f^2}{g\mu(\rho_s - \rho_f)} \quad (25)$$

donde; d , diámetro de las partículas; μ , viscosidad dinámica del fluido g , aceleración de la gravedad.

Neuzil hace un estudio de una serie de correlaciones propuestas por varios autores, las cuales aparecen en la Tabla I. Este autor las lleva todas a la forma de la ecuación (16) para construir gráficos a modo de comparación, con respecto a sus resultados, tomando siempre en consideración las zonas de flujo transitorio y turbulento.

En el trabajo de Cora¹⁰ se concluye que las funciones $Re_{cr} = f(AR)$ trazadas en papel log-log siguen una trayectoria lineal, estando en presencia de una función de regresión de la forma:

$$Re_{cr} = a Ar^b \quad (26)$$

donde: a y b son constantes determinadas experimentalmente.

TABLA I
Ecuaciones para el cálculo de la velocidad crítica.

No.	Ecuación en la forma original	Ecuación en la forma $Re_{cr} = f(Av)$	Intervalo de aplicación
1	$Re_{cr} = \frac{Ar}{1,400 + 5,22 Ar^{0,5}}$	$Re_{cr} = \frac{Ar}{1,400 + 5,22 Ar^{0,5}}$	
2	$Re_{cr} = \frac{0,00138 Ar}{(Ar + 19)^{0,11}}$	$Re_{cr} = \frac{0,00138 Ar}{(Ar + 19)^{0,11}}$	$Ar \leq 10^5$
3	$Re_{cr} = \frac{Ar}{1,020 + 5,6 Ar^{0,5}}$	$Re_{cr} = \frac{Ar}{1,020 + 5,6 Ar^{0,5}}$	$Ar \geq 10^5$
4	$Re_{cr} = \frac{0,00138 \psi^2 Ar}{(19 + \psi^3 Ar)^{0,11}}$	$Re_{cr} = \frac{0,00198 \psi^2 Ar}{(19 + Ar)}$	$Ar \leq 10^5$
5	$Re_{cr} = \frac{\psi^2 Ar}{1,020 + 5,6(\psi^3 Ar)^{0,5}}$	$Re_{cr} = \frac{Ar}{1,020 + 5,6 A^{0,5}}$	$Ar \geq 10^5$
6	$Re_{cr} = 0,0091 \Phi Ar$	$Re_{cr} = 0,00107 Ar$	$Ar \leq 3,3 \cdot 10^4$
7	$Re_{cr} = 0,36 \psi Ar^{0,57}$	$Re_{cr} = 0,109 Ar^{0,57}$	$8,5 \cdot 10^4 \leq Ar \leq 2,7 \cdot 10^6$
8	$Re_{cr} = 0,0157 Ar^{0,68}$	$Re_{cr} = 0,0157 Ar^{0,68}$	$830 \leq Ar \leq 3,4 \cdot 10^5$
9	$Re_{cr} = 0,01157 Ar^{0,709}$	$Re_{cr} = 0,01157 Ar^{0,709}$	$830 \leq Ar \leq 3,4 \cdot 10^5$
10	$Re_{cr} = 0,087 Fe^{1,5}$	$Re_{cr} = 0,108 Ar^{0,6}$	$93,8 \leq Ar \leq 1,25 \cdot 10^5$
11	$u_{cr}/u_0 = 0,0878$	$Re_{cr} = 0,152 Ar^{0,5}$	$Ar \geq 10^5$
12	$u_{cr}/u_0 = 0,0862$	$Re_{cr} = 0,149 Ar^{0,5}$	$Ar \geq 10^5$
13	$u_{cr}/u_0 = 0,125$	$Re_{cr} = 0,216 Ar^{0,5}$	$Ar \geq 8,2 \cdot 10^4$
14	$u_{cr}/u_0 = 0,22 Ly_0^{0,2}$	$Re_{cr} = 0,00109 Ar^{0,94}$	$Ar \geq 10^5$
15	$u_{cr}/u_0 = 0,09$	$Re_{cr} = 0,156 Ar^{0,5}$	$Ar \geq 10^5$

MATERIALES Y MÉTODOS

La instalación experimental consta, esencialmente, de cuatro columnas de vidrio Pyrex con diámetros interiores, de 2,42 cm, 3,10 cm, 4,2 cm y 7,5 cm con $0,466 \times 10^{-3}$, $0,755 \times 10^{-3}$, $1,38 \times 10^{-3}$ y $4,42 \times 10^{-3}$ m² de área seccional, respectivamente. Las entradas del flujo de aire en cada una de las columnas son de forma cónico cilíndrica.

En todas las columnas se encuentran distribuidores de orificios múltiples para la distribución del flujo de aire y detallados según el método de Richardson que aparece explicado en el trabajo de Cora.¹⁰ En este trabajo se diseñaron los distribuidores teniendo en cuenta dos métodos y debe ser motivo de estudios posteriores la comparación del diseño de ambos, teniendo en cuenta la caída de presión a través del distribuidor y el logro de un mejor mezclado de las partículas. Estos distribuidores se encuentran descansando sobre soportes con sus correspondientes tomas de presión antes y después, conectadas a un manómetro en *U*.

En la parte superior e inferior de cada una de las columnas se encuentran situados los cabezales. En el cabezal inferior de cada una de ellas existe un toma muestra para el sólido, aditamento que sirve también para la extracción del material.

Los cabezales superiores van unidos a una tubería que se acopla a una tubería central, ésta finaliza en un ciclón separador del tipo NIOGAZ-UR-15 con 8 cm de diámetro interior .

Cada columna posee además una válvula de entrada y otra de salida que permiten la operación de cada una independiente de las demás.

En la tubería de entrada del aire al papel existe una válvula reguladora que permite variar el flujo de operación.

Siguiendo esa tubería aparece un medidor del flujo de aire, del tipo de orificio, el cual está conectado a un manómetro en *U*. La curva de calibración permite hallar el flujo medido.

El calentador de aire necesario para aumentar la temperatura del mismo tiene un amperaje permisible de 8,2 amperios y un alambre de 0,8 mm. En el trabajo de Cora¹⁰ pueden hallarse todos los detalles de su diseño. Un variac permite variar el voltaje y con un amperímetro se efectúa la lectura de la corriente.

El calentador va acoplado a un controlador de la temperatura de fabricación alemana, con un intervalo de trabajo de 0 a 250°C.

Para la medición de la temperatura en distintos puntos de la columna (antes y después del distribuidor de aire y en la parte superior de la columna) se han instalado tres termopares portátiles es decir, que se colocarán en la columna que esté operando en un momento dado. Estos termopares están acoplados a una junta de referencia tipo 381415, a 50°C y de Fe-Co.

La junta de referencia se encuentra enlazada con un selector de temperatura de fabricación soviética y con seis posiciones (en nuestro caso sólo son necesarias tres).

Finalmente, el selector está acoplado a un potenciómetro de fabricación soviética, tipo PP-63T-PI, el cual trabaja con una fuente externa de 1,5 voltios. La temperatura correspondiente se halla mediante la curva de calibración del potenciómetro.

Para la medición de la caída de presión a través de la cama en cada columna existe un transmisor neumático del tipo 07312/T de fabricación checoslovaca con un intervalo de 0-400 mm de agua en la presión de entrada y de 0,2-1 kg/cm² en la presión de salida. Para registrar las oscilaciones de la caída de presión en la cama se utiliza un registrador neumático ZPA checoslovaco, acoplado al transmisor. Se instaló además un reductor para disminuir la presión de entrada del aire al transmisor y al registrador. En la Fig. 2 puede apreciarse un esquema detallado donde se señalan las distintas partes de la instalación.

Para llevar a cabo las corridas experimentales se procedía del modo siguiente:

Se arrancaba el compresor.

Se colocaba el valor prescrito de 0.5 kg/cm² del indicador de presión, para una presión necesaria de aproximadamente 2kg/cm² en la línea de aire. Se determinaron las características granulométricas de la arena por medio de un análisis en tamices.

Se introducía el material (arena) a estudiar en la columna de fluidización. Se abría lo más posible la válvula reguladora del flujo del aire, para que la cama estuviera fluidizada completamente.

De acuerdo con la temperatura de operación requerida, se fijaba el valor necesario en el controlador de temperatura del calentador.

Para cada corrida, cuando se alcanzaba la temperatura deseada (30, 50, 70 ó 90°C), se abría la alimentación del reductor de presión al transmisor y al registrador de la caída de presión en la cama fluidizada y a la vez se variaba el flujo de aire por medio de la válvula reguladora, en sentido descendente, es decir, desde el estado fluidizado hasta la cama fija.

Se tomaban por lo menos diez puntos: cinco correspondientes al estado de la cama fluidizada y cinco al de la cama fija. A la vez se tomaban los valores correspondientes a la diferencia de presión en el manómetro en U del medidor de orificio, a la caída de presión en la cama por medio del registrador y a la caída de presión en el distribuidor de aire obtenida en el manómetro de mercurio en U . Estas lecturas aparecen simbolizadas respectivamente por ΔP_0 , ΔP_c y ΔP_d .

Se tomaban las lecturas del voltaje correspondiente a los tres termopares. Aunque el mismo variaba poco a lo largo de las corridas, se obtenía al final un valor promedio.

Procesamientos de los datos experimentales.

Los valores de la caída de presión a través de la cama, obtenidos por medio de la carta registradora, fueron llevados a mm de agua, a través de la curva de calibración.

Para cada corrida se construyó un gráfico de la caída de presión en la cama ΔP_c contra la caída de presión a través del medidor de flujo ΔP_o lectura leída en un manómetro en U , en mm de agua. Este gráfico se construyó en coordenadas logarítmicas para garantizar una dependencia lineal entre los ΔP .

En el punto de intersección de las rectas correspondientes a la cama fija y a la fluidizada, se obtiene el valor de ΔP_{oc} que permite encontrar el flujo en el punto de la fluidización mínima a través de la curva de calibración del medidor de orificio y éste se ha dominado Q_L .

En las figuras que aparecen en las páginas finales del trabajo de Nguyen minh Hueng y Le van Hung¹¹ se dan las gráficas de ΔP_c contra ΔP_o correspondiente a todas las corridas y donde pueden apreciarse los valores de ΔP_{oc} .

En las Tablas IV-VII del anexo del trabajo de N, minh Huong y Le van Hung aparecen, para cada corrida, diez valores de ΔP_c , ΔP_o y ΔP_d . Asimismo, en esas tablas, se encuentran los valores promedio de los voltajes, leídos en el potenciómetro, correspondientes a los termopares, y las temperaturas obtenidas a través de la curva de calibración.

Como la calibración del medidor de flujo c fue realizado a 30°C se hizo necesario corregir los flujos medidos a otras temperaturas.

La correlación se efectuaba con la relación:

$$Q_c = Q_L \frac{T}{T_c} \quad (27)$$

donde: Q_c , flujo volumétrico corregido a la temperatura de la corrida;
 $T_o = 30 + 273^\circ = 303^\circ\text{K}$; T , temperatura de la corrida en $^\circ\text{K}$.

La velocidad crítica de la fluidización puede encontrarse entonces por:

$$u_{cv} = \frac{Q_c}{S} \quad (28)$$

donde: u_{cr} , velocidad crítica de la fluidización en m/h; S , área seccional de la columna en m^2 .

En las tablas VIII-XI del anexo del trabajo¹¹ aparecen los valores correspondientes de la temperatura de la viscosidad del aire (μ en kg/m. seg); ΔP_{0c} en mm de agua, Q_L y Q_c en m^3/h y u_{cr} en m/h. Donde la C indica el número de la corrida experimental.

Determinación del diámetro equivalente.

Según Neuzil,⁹ la expresión más conveniente para encontrar el valor del diámetro equivalente es la dada por la relación:

$$d = \sum_{i=1}^{i=m} X_{mi} d_i \quad (29)$$

Como ya se ha dicho, es uno de los propósitos de este trabajo encontrar para la arena estudiada la definición de la dimensión característica d_i que permita el cálculo correcto de la velocidad crítica de la fluidización, entre las tres variantes posibles propuestas por Neuzil⁹ y dadas por las expresiones:

$$d_i = (d_i^0 + d_{i+1}^0)/2 \quad (30)$$

$$d_i = (d_i^0 + d_{i+1}^0)^{0,5} \quad (31)$$

$$d_i = \varphi_d(d_i^0 + d_{i+1}^0)/2 \quad (32)$$

Así haciendo uso de las expresiones (3-6) se calcularon las dimensiones características de las distintas fracciones de la arena, teniendo en cuenta las tres variantes y el diámetro equivalente del material usado en cada una de las corridas.

A modo de ejemplo, se expondrá a continuación la determinación del diámetro equivalente de acuerdo con esas tres variantes de la dimensión característica tomando una de las mezclas utilizadas en la columna 4.

Corrida 33.

Mezcla II

Fracciones de arena utilizadas 1-2-3-4-5-6

Peso de cada fracción en gramos: 100-125-125-125-125-100

Peso total en gramos: 700

Fracción en peso (X_{mi}); 0,143-0,1785-0,1785-0,1785-0,1785-0,143

Las variantes I, II y III son las correspondientes a las dimensiones características respectivamente representadas por las ecuaciones 30, 31 y 32.

VARIANTE

Fracción	I	II	III
1	0,2575	0,2450	0,1840
2	0,3575	0,3550	0,2414
3	0,4500	0,4480	0,2920
4	0,5650	0,5610	0,3590
5	0,6700	0,6680	0,4030
6	0,8550	0,8425	0,4960

Así, sustituyendo en la expresión (29)

VARIANTE I

$$d = 0,143 \cdot 0,2575 + 0,1785 \cdot 0,3575 + 0,1785 \cdot 0,4500 + \\ + 0,1785 \cdot 0,565 + 0,1785 \cdot 0,6700 + 0,1430 \cdot 0,8550$$

$$d = 0,5228.$$

VARIANTE II

$$d = 0,143 \cdot 0,245 + 0,1785 \cdot 0,355 + 0,1785 \cdot 0,448 + 0,1785 \cdot 0,561 + \\ + 0,1785 \cdot 0,668 + 0,143 \cdot 0,8425$$

$$d = 0,5180.$$

VARIANTE III

$$d = 0,143 \cdot 0,184 + 0,1785 \cdot 0,2414 + 0,1785 \cdot 0,292 + \\ + 0,1785 \cdot 0,359 + 0,1785 \cdot 0,403 + 0,143 \cdot 0,496$$

$$d = 0,3280.$$

Determinación del número de Reynolds crítico y del número de Arquímedes

El número de Reynolds crítico se define según la relación

$$Re = (u_{cr} d \rho_g) / \mu$$

y el número de Arquímedes por

$$Ar = [g d^3 \rho_f (\rho_s - \rho_f)] / \mu^2$$

Con el valor Q_s y los valores hallados de u_{cr} y Q_f , tomando las tres definiciones de la dimensión característica y, por tanto, del diámetro equivalente, se encontrarán los valores del Re_{cr} y del Ar correspondientes a todas las corridas.

En las tablas XII-XVII del anexo¹¹ aparecen especificados los valores del diámetro equivalente.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Efecto de la temperatura del agente fluidizante, del diámetro de las partículas y del diámetro de la columna sobre la velocidad crítica de la fluidización.

En la Fig. 3 puede apreciarse que para una determinada columna y fracción de la arena, a mayor temperatura del aire fluidizante, la velocidad crítica de la fluidización es menor.

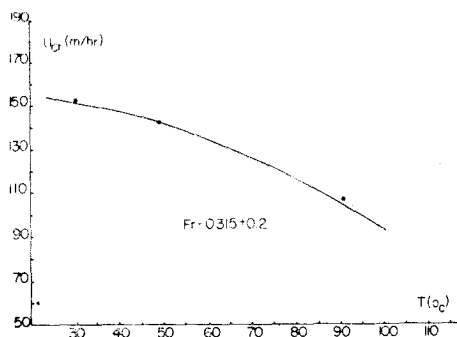


Fig. 3. Dependencia de la velocidad crítica con la temperatura del gas a la entrada.

En la Fig. 4, tomando como diámetro promedio de la fracción la definición de la dimensión característica correspondiente a la media aritmética (Variante I) y para una temperatura y columna determinadas se nota, claramente, como era de esperar, que a un mayor diámetro promedio (fracción mayor de las partículas más grandes) la velocidad crítica de la fluidización es mayor.

En la Fig. 5 se aprecia que en las columnas de diámetro muy pequeño (columnas 1, 2 y 3) la velocidad crítica de la fluidización está influenciada apreciablemente por este diámetro, disminuyendo la velocidad a medida que el diámetro aumenta. Puede decirse que en estas columnas el efecto de las paredes es considerable, y el mismo pudo comprobarse por las variaciones constantes que sufría la aguja indicadora del registrador de caídas de presión en estas tres columnas y lo

cual se debía al continuo pistoneo de la cama (poca estabilidad en la fluidización). Se nota, también, que ya en la columna 4 ($S = 4, 42 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$), la curva tiende a hacerse asintótica con el eje de las abscisas y, por tanto, puede afirmarse que el valor de la velocidad crítica obtenido en esta columna coincidirá con los que se obtengan en columnas de diámetros mayores, para la misma temperatura e iguales características del material y del agente fluidizante.

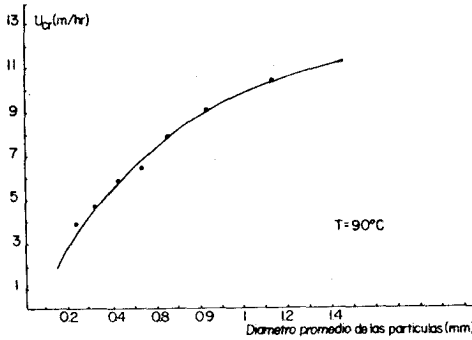


Fig. 4. Dependencia de la velocidad crítica con el diámetro promedio de las partículas.

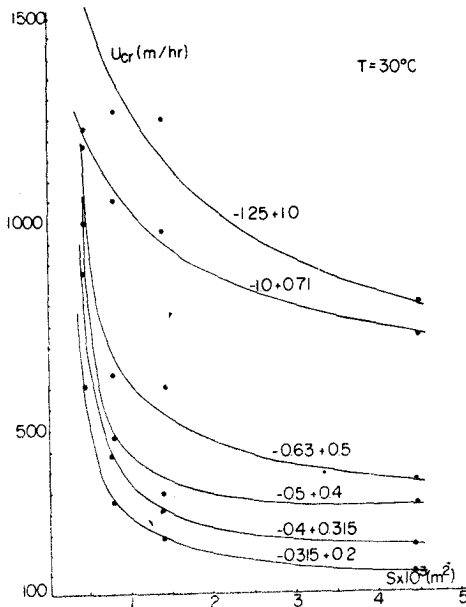


Fig. 5. Dependencia de la velocidad crítica con el diámetro de la columna y el de las partículas,

Determinación de la ecuación que permita hallar la velocidad crítica de la fluidización de la arena.

En el punto correspondiente se dijo que el investigador checo Neuzil,⁹ había encontrado una relación del tipo

$$Re_{cr} = a Ar^b \quad (33)$$

donde: a y b son constantes que dependen, básicamente, del material. Los números de Reynolds crítico (Re_{cr}) y del Arquímedes (Ar) ya fueron definidos.

Fue propósito de este trabajo encontrar los valores de a y b y escoger la dimensión característica entre las tres variantes propuestas, que permitiera aceptar una ecuación para hallar la velocidad crítica de la fluidización de la arena en el intervalo de los números de Arquímedes en el cual se trabajó.

Las ecuaciones encontradas, una vez establecido el intervalo de seguridad, se compararon con la hallada por Neuzil⁹ para las bolitas de cristal, a fin de escoger entre ellas la que se aproximaba más a la de ese material esférico, y poder comprobar la recomendación de que la velocidad crítica de la fluidización de materiales polidispersos puede calcularse aplicando las correlaciones para esferas monodispersas pero utilizando el diámetro equivalente de las partículas del material polidisperso.

La ecuación (33) se llevó a la forma lineal aplicando logaritmos neperianos

$$\ln Re_{cr} = \ln a + b \ln Ar \quad (34)$$

haciendo

$$\begin{aligned} X &= \ln Ar & Y &= \ln Re_{cr} \\ A &= \ln a \end{aligned}$$

queda

$$Y = A + b X \quad (35)$$

El procedimiento consistía en lo siguiente: como no se conocía cuáles eran los datos que poseían mucho error, se calcularían inicialmente las constantes para todos los datos.

Estas constantes se determinaban por el método de los mínimos cuadrados, de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$A = \frac{(\sum Y)(\sum X^2) - (\sum X)(\sum XY)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad (36)$$

$$b = \frac{N \sum X Y - (\sum X)(\sum Y)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad (37)$$

donde N es el número de los experimentos.

Para todos esos datos se define también el intervalo de Y dado por

$$Y = Y' \pm t S_{(Y, X)} \quad (38)$$

donde Y' es el valor según la corrida y

$$S_{(Y, X)} = S_y(1 - r^2)^{0.5} \quad (39)$$

$$S_y = \frac{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}{N(N - 1)} \quad (40)$$

r es el factor de correlación definido como

$$r = \frac{X Y - \sum X \cdot \sum Y / N}{[(\sum X^2 - (\sum X)^2 / N)(\sum Y^2 - (\sum Y)^2 / N)]^{0.5}} \quad (41)$$

t es el coeficiente estadístico definido para el 95% de probabilidad (5% de error), tal como lo escogió Neuzil.⁹

El valor de t se encuentra en la Tabla correspondiente²¹ con un valor de F (grados de libertad) igual a $(N - 2)$.

Una vez hallados los valores de A y B se trazó una línea recta donde el intercepto corresponde al valor de A y la pendiente al de B .

Para definir el intervalo de seguridad, dado por la expresión (38), se escogieron dos valores de X y al valor de Y correspondiente (en este caso Y') se le sumó el valor de $\pm t S_{(Y, X)}$, trazándose entonces dos rectas, una por encima y otra por debajo de la encontrada con los valores de A y B .

De este modo, se apreciaría fácilmente cuántos experimentos o corridas quedaban fuera del 95% de probabilidad. Los experimentos que quedaran fuera se eliminarían, y se haría el recálculo con los restantes, repitiendo esto las veces necesarias hasta que no se presentaran eliminaciones.

En este estudio se propuso, solamente, encontrar la correlación mediante los experimentos realizados en la columna 4 ya que, como se vio antes, se comprobó el gran efecto de pared que existía en las columnas de diámetro menor. En esta columna 4 se llevaron a cabo, como se sabe, cien experimentos, o sea, inicialmente $N = 100$,

En las Tablas XVIII-XX del anexo¹¹ aparecen los valores de X , Y , X^2 , Y^2 y XY necesarios para la obtención de los valores de las constantes A y b y del intervalo de seguridad de los resultados, para cada una de las variantes propuestas. Al final de cada tabla se encuentran las distintas sumatorias.

En las Figs. 6-8 se han construido los gráficos correspondientes a las ecuaciones encontradas para las distintas variantes, que permiten la determinación de la velocidad crítica de la fluidización de la arena, o sea, respectivamente, las ecuaciones

$$Re_{cr} = 0,002063 Ar^{0,735}, \quad Re_{cr} = 0,0016 Ar^{0,783} \quad \text{y} \quad Re_{cr} = 0,001480 Ar^{0,8812}.$$

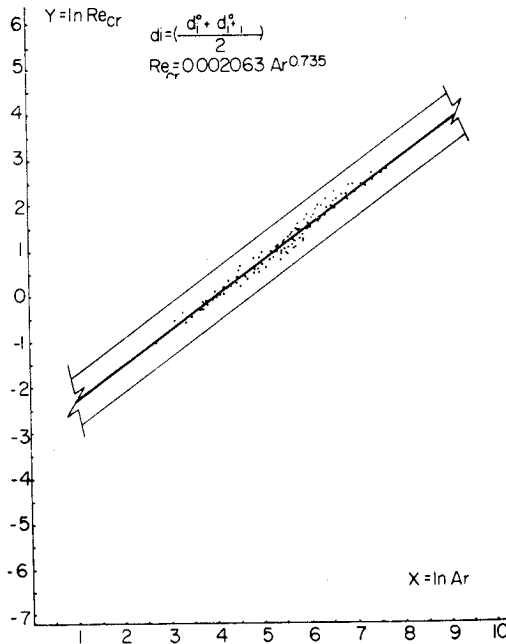


Fig. 6. Dependencia del Re_{cr} con Ar cuando la dimensión característica de las partículas es igual a $d_i = (d_i^o + d_{i-1}^o)/2$.

En dichos gráficos se ha definido el intervalo del 95% de probabilidad por las dos rectas paralelas trazadas teniendo en cuenta los valores de $\pm t S_{(Y, X)}$ y según lo explicado anteriormente.

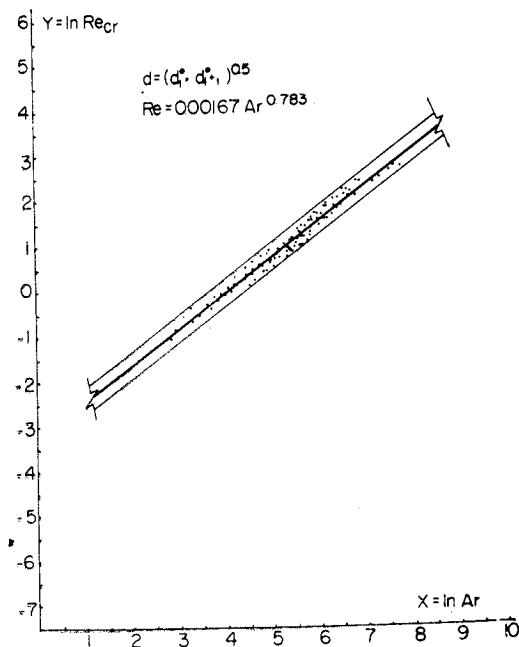


Fig. 7. Dependencia del Re_{cr} con Ar cuando la dimensión característica de las partículas es igual a $d_i = (d_i^0 \cdot d_{i+1}^0)^{0.5}$ f^a

Como puede comprobarse, en los tres gráficos, es decir, con las tres variantes, todos los puntos pertenecientes a las cien corridas caen dentro de ese intervalo y, por lo tanto, no se hizo necesario la eliminación de ninguno de ellos, ni el recálculo correspondiente.

Elección de la ecuación más exacta en la determinación de la velocidad crítica de la arena.

De las tres variantes, la que presenta menor desviación estandard es la variante III.

Las tres ecuaciones se graficaron en la Fig. 9 junto con la ecuación de las bolitas de cristal encontrada por Neuzil⁹: $Re_{cr} = 0.00272 Ar^{0.819}$. En dicha figura se aprecia que es, precisamente, la recta que corresponde a la ecuación de la variante III la que más se aproxima a la del material esférico, dentro del intervalo de valores del número de Arquímedes estudiado 5,8634 Ar 11,7337.

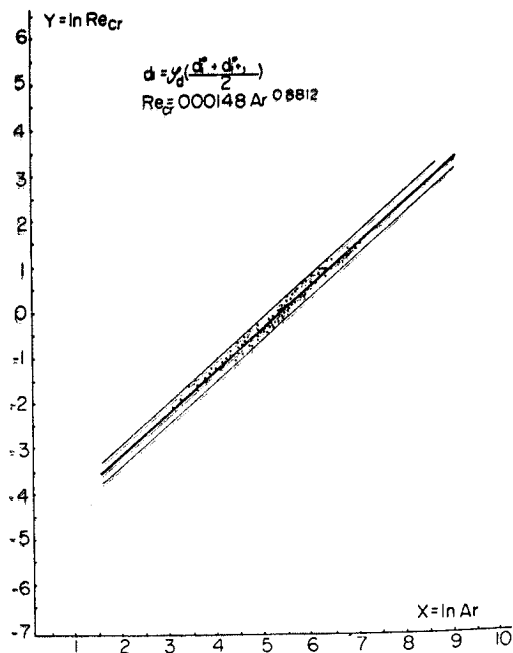


Fig. 8. Dependencia del Re_{cr} con Ar cuando la dimensión característica de las partículas es igual a $d_i = \varphi_d(d_i^0 + d_{i+1}^0)/2$.

Por tanto, se acepta que la velocidad crítica de la fluidización de la arena puede calcularse con la mayor exactitud mediante la ecuación

$$Re_{cr} = 0,00148 Ar^{0,8812}$$

con un 95% de probabilidad y para el intervalo

$$351,9315 \leq Ar \leq 21630,3243$$

en columnas de fluidización de diámetro igual o mayor a 7,5 cm.

El diámetro equivalente debe calcularse por la expresión

$$d = \sum_{i=1}^m X_{mi} d_i$$

La dimensión característica se define por la expresión

$$d_i = \varphi_d(d_i^0 + d_{i+1}^0)/2$$

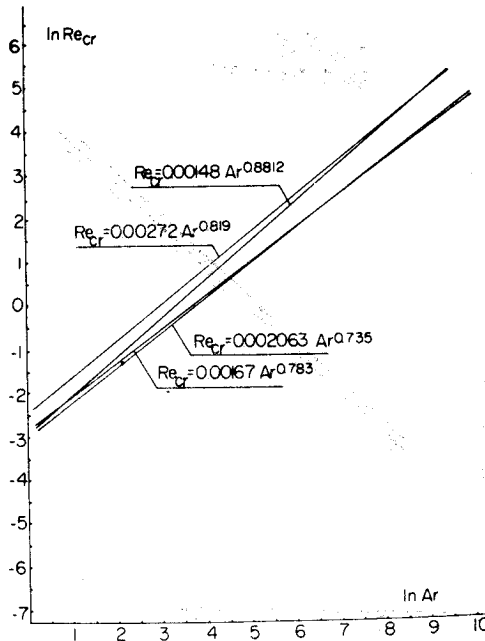


Fig. 9. Comparación entre las funciones $Re_{cr} = f(Ar)$ del material polidisperso (arena) con la de las partículas esféricas.

CONCLUSIONES

Después de analizar los resultados que se obtuvieron en este trabajo, se puede concluir que:

1. La velocidad crítica de la fluidización de la arena, típico material polidisperso, se puede determinar por las expresiones:

$$Re_{cr} = 0,002063 Ar^{0,735} \quad \text{para } 881,75 \leq Ar \leq 124705,78$$

$$Re_{cr} = 0,001670 Ar^{0,783} \quad \text{para } 936,75 \leq Ar \leq 122392,38$$

$$Re_{cr} = 0,001480 Ar^{0,8812} \quad \text{para } 351,93 \leq Ar \leq 21630,324$$

2. La correlación $Re_{cr} = 0,001480 Ar^{0,8812}$ que define la velocidad crítica de la fluidización de la arena, en el intervalo de número de Arquímedes señalado,

usando la ecuación $d_i = \varphi_a(d_i^o + d_{i+1}^o)/2$ para la dimensión característica de las partículas, es la que da mejores resultados cuando se compara con la correspondiente a las partículas esféricas.

3. Las paredes de las columnas de fluidización muestran efectos evidentes sobre la velocidad crítica de la fluidización cuando el diámetro de la columna es menor que 7.5 cm.
4. Cuando se aumenta el tamaño de las partículas se incrementa la velocidad crítica de la fluidización.
5. Cuando aumenta la temperatura del agente fluidizador se disminuye la velocidad crítica de la fluidización.

RECONOCIMIENTOS

Damos las gracias a los ingenieros Luis Cora y Rodobaldo Álvarez por sus magníficas sugerencias ofrecidas durante la Defensa Pública de este trabajo. También, agradecemos al Ing. Moisés Rodríguez la documentación que nos trajo del Instituto de Química Tecnológica de Praga, la cual constituyó una guía valiosa para este trabajo.

NOMENCLATURA

A	fuerza de Arquímedes
a	constante de la ecuación
b	constante de la ecuación
d	diámetro equivalente, mm
d _c	diámetro de los canales, mm
d _i	dimensión característica de las fracciones, mm
d _i ^o	diámetro del tamiz superior, mm
d _{i+1} ^o	diámetro del tamiz inferior, mm
d ₁	diámetro del tamiz superior, mm
d ₂	diámetro del tamiz inferior, mm
F	grados de libertad
g	aceleración de la gravedad, m/cm ²
h	altura de la cama, m
m	masa de las partículas, kg
N	número de fluidización
N	número de experimentos
P _c	caída de presión a través de la cama, mm de agua
ΔP _o	caída de presión a través del orificio, mm de agua
ΔP _d	caída de presión a través del distribuidor, mm de Hg

ΔP_t	caída de presión, valor teórico, mm de agua
Q	flujo volumétrico, m ³ /h
Q _c	flujo volumétrico corregido, m ³ /h
Q _l	flujo volumétrico leído, m ³ /h
R	presión que ejerce el medio
S	sección transversal de la cama, m ²
S	superficie de las partículas, m ²
S _y	desviación estandar
S _{y, x}	desviación estandar
T	temperatura, °K
t	temperatura, °C
t	coeficiente estadístico
u	velocidad m/seg
u _{arr}	velocidad de arrastre, m/seg
u _{cr}	velocidad crítica de la fluidización, m/seg
u _o	velocidad de caída libre de las partículas, m/seg
u _{ca}	velocidad del gas en los canales interpartículas, m/seg
V	volumen, m ³
V	volumen, m ⁸
X _{m, i}	concentración másica de la fracción i

Símbolos griegos

ψ	coeficiente de fricción
\mathcal{E}_0	porosidad de la cama
\mathcal{E}_{mf}	porosidad en el punto mínimo de fluidización
\mathcal{E}_{pr}	porosidad promedio en el momento de inicio de la fluidización
	viscosidad dinámica del fluido, kg/m.seg
	viscosidad cinemática, m ² /seg
	grado de polidispersión
Q _r	densidad del fluido, g/cm ³
Q _g	densidad del gas, g/cm ³
Q _{ap}	densidad aparente de la cama, g/cm ³
Q _s	densidad de la arena, g/m ³
φ	factor de forma
Φ	coeficiente de forma

Criterios adimensionales

Ar	Criterio de Arquímedes,
Fe	Criterio de Fedorov, Fe =
Ly _r	Criterio de Liashenko,
Re	Criterio de Reynolds,
Re _{cr}	Criterio de Reynolds crítico,
Re _{opt}	Criterio de Reynold óptimo,

REFERENCIAS

1. CIBOROWSKI J. Fluidización, Varsovia, 1957.
2. GUELPERIN N. I., AINSNTEIN V. G. y KVSHA V. B. Fundamentos de la técnica de la fluidización, Ed. Jimia, Moscú, 1967.
3. GUINZBURG A. S. y REZCHIKOV V. A. Secado Fluidizado de productos alimenticios. Trad. Boizán, Universidad de Oriente, 1973.
4. KUNJ D. y LEVENSPIEL O. Ingeniería de la fluidización, John Wiley & Sons, INC, 1962.
5. LYUBOSHIC, I. L., SLOBODKIN, L. S. y PIKUS, I. F. Secado de materiales termolábiles, Trad. Boizán, Universidad de Oriente, 1974.
6. ROMANKOV, P. G. y RASKOVSKAYA, N. V. Secado fluidizado y en surtidor, Trad. Boizán, Universidad de Oriente, 1970.
7. TERNOVSKAYA, A. N. y KORENBERG, J. G. Calcinación fluidizada de la pirita. Ed. Jimia. Moscú, 1971.
8. VANECEK, V. y MARKVART, C. Secado fluidizado, Trad. Rodobaldo Alvarez, Universidad de Oriente, 1973.
9. NEUZIL, L. y KASTELKOVA, C. Velocidad crítica de la fluidización de materiales polidispersos. Publicaciones Científicas del Inst. de Química Tecnológico de Praga, K3. 1969.
10. CORA, L. Trabajo de Grado, Universidad de Oriente, 1972.
11. NGUYEN MINH HUONG y LE VAN HUNG. Trabajo de Grado, Universidad de Oriente, 1974.
12. PERRY, J. H. Chemical Engineers Handbook Ed. R., 1963.
13. FEDOROV, I. M. Teoría y diseño del secado en estado de suspensión, Ed. Gosenergizdat, Moscú, 1955.
14. ZABRODSKI, S. S. Hydrodynamics and Heat transfer in Fluidized Beds, Ed. Ximiya, Moscú, 1963.
15. BERANEK, J. y SOKOL, D. Técnica de la Fluidización, Ed. Gostopteizdat, Moscú, 1962.
16. FRANTZ, I. F. *Ind. Eng. Chem.*, 69, 162, 1962.
17. LOEFFLER, A. L. AND RUTH, B. F. *Am. Inst. Chem. Eng. Journal*, 5, 3, 1959.
18. PINCHBECK, P. H. AND POPPER, F. *Chem. Eng. Sci.*, 6, 2, 1956.
19. ERGUN, S. *Chem. Eng. Progra.*, 48, 89, 1952.
20. LEVA, M. Fluidización, Mc. Graw Hill Book Co., 1959.
21. EILON, S. Industrial Engineering Tables, Ed. R., 1969.